OLIMPIADA DE MATEMATICA 2012

FAZA LOCALA

VASLUI

Clasa a IX-a

1. Fie a,b,c > 0. Arătați că $\frac{4a}{(b+c)^2}+\frac{4b}{(c+a)^2}+\frac{4c}{(a+b)^2}\geq\frac{9}{a+b+c}$.

2.(M.M.V., 7p) Se dă numărul $a=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+....+\frac{1}{\sqrt{99}}$ și se cere să i se găsească partea întreagă ([a]).

3. În ΔABC se consideră D$\in$(BC), E$\in$ (CA), respectiv F$\in$(AB) asfel încât dreptele AD, BE și CF sunt concurente în centrul cercului înscris în ΔABC . Știind că $\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\vec{0}$ arătați că triunghiul este echilateral.

4. (G.M., 7p) Fie șirul $(a_n)_{n\geq1}$ definit prin $a_1=0$ și $a_{n+1}=a_n+\sqrt{4a_n+1}+1, n\geq1$. Să se arate că $\sqrt{4a_1+1}+\sqrt{4a_2+1}+...+\sqrt{4a_n+1}=n^2, n\geq1$.